

DINÁMICA

Teoría – Física



Distamus Edu

1º Bachillerato

Contents

1	Fuerzas y Movimiento	3
1.1	Concepto de fuerza	3
1.2	La dinámica como ciencia	3
2	Primera Ley de Newton o Ley de la Inercia	3
2.1	El concepto de inercia	3
2.2	Enunciado de la primera ley	4
2.3	Ejemplos cotidianos	4
2.4	Principio de relatividad de Galileo	5
3	Segunda Ley de Newton o Ley Fundamental de la Dinámica	5
3.1	La relación entre fuerza y aceleración	5
3.2	Unidades de fuerza	6
3.3	El peso como aplicación	6
4	Momento Lineal o Cantidad de Movimiento	6
4.1	Necesidad del concepto	6
4.2	Definición	7
4.3	Relación con la fuerza	7
5	Impulso Mecánico	8
5.1	Concepto intuitivo	8
5.2	Definición matemática	8
5.3	Caso de fuerza constante	8
5.4	Teorema del impulso	9
6	Tercera Ley de Newton o Principio de Acción y Reacción	9
6.1	Enunciado	9
6.2	Ejemplos y aplicaciones	10
6.3	Características fundamentales	10
7	Conservación del Momento Lineal	10
7.1	Teorema de conservación	10
7.2	Aplicación a sistemas de varios cuerpos	11
7.3	Ejemplos prácticos	11
8	Aplicación de las Leyes de Newton	11
8.1	Fuerzas comunes en problemas de dinámica	11
8.2	Fuerza elástica	12
9	Rozamiento y Movimiento sobre Planos	13

9.1	Naturaleza del rozamiento	13
9.2	Características del rozamiento por deslizamiento	13
9.3	Rozamiento estático y cinético	13
10	Dinámica de Sistemas de Cuerpos Enlazados	14
10.1	Sistemas con cuerdas y cables	14
10.2	Método de resolución	14
11	Dinámica del Movimiento Circular	15
11.1	Características del movimiento circular uniforme	15
11.2	La fuerza centrípeta	15
11.3	Ejemplos prácticos	15
11.4	Identificación de la fuerza centrípeta	16
12	Interacción Gravitatoria	16
12.1	Ley de gravitación universal	16
12.2	Campo gravitatorio	17
12.3	Intensidad de campo gravitatorio	17
12.4	Campo gravitatorio creado por varias masas	18
12.5	Relación entre campo gravitatorio y fuerza	18
12.6	El peso de los cuerpos	18
13	Campo Eléctrico	19
13.1	Carga eléctrica	19
13.2	Ley de Coulomb	19
13.3	Intensidad de campo eléctrico	20
13.4	Campo eléctrico creado por varias cargas	21
13.5	Relación entre campo eléctrico y fuerza eléctrica	21
14	Sólido Rígido	21
14.1	Momento de una fuerza	21
14.2	Signo del momento	22
14.3	Par de fuerzas	23
14.4	Centro de masas y centro de gravedad	23
14.5	Equilibrio del sólido rígido	24
15	Resumen de Conceptos y Ecuaciones Fundamentales	25
15.1	Leyes de Newton	25
15.2	Momento lineal e impulso	25
15.3	Interacción gravitatoria	25
15.4	Campo eléctrico	26
15.5	Sólido rígido	26

FUERZAS Y MOVIMIENTO

Concepto de fuerza

Una fuerza es una interacción que se produce entre dos cuerpos y representa una acción capaz de modificar el estado de movimiento o reposo de un cuerpo, o de deformarlo. Las fuerzas son la causa de los cambios en el movimiento de los objetos que observamos en la naturaleza.

Algunas interacciones se producen por contacto directo entre los cuerpos, como cuando una raqueta golpea una pelota de tenis o cuando un coche choca contra un muro. En estos casos, es fácil identificar el momento exacto en que se produce la interacción. Otras interacciones, sin embargo, se producen a distancia, sin que exista contacto físico entre los cuerpos. Los ejemplos más notables son la interacción gravitatoria, que mantiene a la Luna orbitando alrededor de la Tierra, y la interacción electromagnética, que permite que un imán atraiga objetos metálicos sin tocarlos.

La dinámica como ciencia

La dinámica es la parte de la física que estudia el movimiento de los cuerpos en relación con las fuerzas que los producen. Mientras que la cinemática se ocupa de describir cómo se mueven los objetos, la dinámica va más allá y explica por qué se mueven de esa manera. Es una de las ramas fundamentales de la física y tiene aplicaciones en prácticamente todos los campos de la ciencia y la ingeniería.

El científico inglés Isaac Newton, quien vivió entre 1642 y 1727 y es considerado uno de los más grandes científicos de todos los tiempos, formuló las tres leyes fundamentales que rigen la dinámica. Estas tres leyes nos permiten predecir el movimiento de un cuerpo en base a su estado actual y las fuerzas que actúan sobre él. Son leyes universales que se aplican desde objetos cotidianos hasta planetas y estrellas.

PRIMERA LEY DE NEWTON O LEY DE LA INERCIA

El concepto de inercia

La experiencia adquirida desde que nacemos nos permite comprender intuitivamente que para que un objeto que está en reposo se mueva, es necesario aplicarle una fuerza. Del mismo modo, si una pelota se mueve con velocidad constante, también es necesario aplicarle una fuerza para que se pare. Es decir, el objeto permanece en el estado en el que está hasta que se le aplica una fuerza que le obliga a cambiar su estado de movimiento. La fuerza necesaria para producir este cambio será mayor o

menor en función de la masa del objeto, de su forma, del material del que está hecho y de otros factores.

Esta resistencia natural que presentan los cuerpos a cambiar su estado de movimiento se denomina **inercia**. La inercia es la propiedad que tienen los cuerpos de oponerse a todo cambio en su estado de reposo o movimiento. No es una fuerza, sino una propiedad inherente de la materia.

Un ejemplo clarificador es comparar el efecto de aplicar la misma fuerza a un coche y a una bicicleta. El coche tiene una tendencia mayor a quedarse en reposo que la bicicleta, es decir, tiene más inercia. La masa de un cuerpo es una medida cuantitativa de su inercia, aunque su forma también influye en este concepto. Cuanto mayor es la masa de un objeto, mayor es su inercia y más difícil resulta cambiar su estado de movimiento.

Enunciado de la primera ley

Teniendo en cuenta esta propiedad fundamental de los cuerpos, Newton enunció su primera ley de la siguiente manera: *un cuerpo permanece en estado de reposo o de movimiento rectilíneo uniforme si no actúa ninguna fuerza sobre él, o si la resultante de las fuerzas que actúan es nula.*

Esta ley tiene implicaciones profundas. Significa que el estado natural de un objeto no es necesariamente el reposo, sino que puede ser también el movimiento rectilíneo uniforme. No se necesita ninguna fuerza para mantener un objeto en movimiento uniforme, solo para cambiar su velocidad.

Ejemplos cotidianos

Cuando un coche arranca bruscamente, los ocupantes sienten que son empujados hacia atrás. Sin embargo, no existe realmente ninguna fuerza que los empuje hacia atrás. Lo que ocurre es que los ocupantes tienden a permanecer en reposo por inercia, mientras el coche acelera hacia delante. La sensación de ser empujado hacia atrás es simplemente la manifestación de la inercia.

De manera similar, cuando el coche frena bruscamente, los ocupantes tienden a continuar hacia delante sin variar su velocidad. Parece que una fuerza los empuja hacia delante, pero nuevamente es solo su inercia tratando de mantenerlos en su estado de movimiento. Por eso los cinturones de seguridad son tan importantes: proporcionan la fuerza necesaria para cambiar el estado de movimiento de los ocupantes cuando el vehículo frena.

Otro ejemplo ilustrativo es el juego de la cuerda entre dos equipos. Cuando ambos equipos tiran de la cuerda se ejercen múltiples fuerzas, sin embargo si la resultante de todas ellas es nula el sistema permanece en reposo, y por tanto no se produce

movimiento ni hacia un lado ni hacia otro. Es precisamente cuando un equipo logra que la fuerza resultante no sea nula cuando el sistema comienza a moverse.

Un caso extremo se daría en el espacio exterior. Si un astronauta recibe un impulso, continuaría moviéndose indefinidamente en línea recta y a velocidad constante hasta el infinito, a no ser que otra fuerza actuase sobre él para cambiar su estado de movimiento. No hay rozamiento con el aire ni otras fuerzas que lo detengan.

Principio de relatividad de Galileo

El principio de relatividad de Galileo, íntimamente relacionado con la primera ley de Newton, establece una equivalencia mecánica entre los sistemas en reposo y aquellos sistemas que se mueven unos respecto a otros con movimiento rectilíneo uniforme. Según este principio, no es posible distinguir mediante ningún experimento mecánico entre un sistema de referencia en reposo y otro con movimiento rectilíneo uniforme respecto al anterior.

A todos estos sistemas se les denomina **sistemas de referencia inerciales**, y en ellos se cumplen las leyes de Newton tal como las hemos enunciado. El resto de sistemas, aquellos que tienen aceleración, son sistemas de referencia no inerciales, y en ellos aparecen fuerzas ficticias que complican el análisis del movimiento.

SEGUNDA LEY DE NEWTON O LEY FUNDAMENTAL DE LA DINÁMICA

La relación entre fuerza y aceleración

Newton comprobó experimentalmente la relación cuantitativa entre las fuerzas aplicadas a un cuerpo y la aceleración que este adquiere, y plasmó esta relación en el segundo principio de la dinámica. Este principio es posiblemente la ecuación más importante de toda la mecánica clásica.

La segunda ley establece que si sobre un cuerpo actúa una fuerza resultante distinta de cero, este adquiere una aceleración que es directamente proporcional a la fuerza aplicada, siendo la masa del cuerpo la constante de proporcionalidad. Matemáticamente se expresa como:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \quad (1)$$

donde $\vec{F}$ es la fuerza resultante, m es la masa del cuerpo y $\vec{a}$ es la aceleración adquirida.

La masa es una magnitud característica de cada cuerpo que mide su inercia. Es una propiedad intrínseca que no depende de la posición del cuerpo ni de su velocidad.

La aceleración tiene la misma dirección y sentido que la fuerza resultante, por lo que en forma vectorial, la segunda ley de Newton se escribe como $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$, donde tanto la fuerza como la aceleración son vectores.

Unidades de fuerza

A partir de esta ecuación podemos deducir las unidades de la fuerza. La ecuación dimensional es $[F] = M \cdot L \cdot T^{-2}$, que resulta de multiplicar masa por aceleración. En el Sistema Internacional de unidades, la fuerza se mide en Newtons, donde:

$$1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2 \quad (2)$$

Es decir, un Newton es la fuerza necesaria para comunicar a un cuerpo de un kilogramo de masa una aceleración de un metro por segundo al cuadrado.

El peso como aplicación

El peso de un cuerpo no es más que un caso particular de aplicación de la segunda ley de Newton. El peso es la fuerza que ejerce la gravedad sobre un cuerpo, y se calcula como:

$$P = m \cdot g \quad (3)$$

donde g es la aceleración de la gravedad en ese punto, aproximadamente $9,8 \text{ m/s}^2$ en la superficie terrestre. Es importante distinguir entre masa y peso: la masa es una propiedad intrínseca del cuerpo, mientras que el peso es una fuerza que depende del campo gravitatorio en el que se encuentre el cuerpo.

MOMENTO LINEAL O CANTIDAD DE MOVIMIENTO

Necesidad del concepto

Si una pelota de tenis golpea una farola con una velocidad de veinte kilómetros por hora, no notaríamos ningún efecto apreciable sobre la farola. Sin embargo, si lo que impacta en la farola es un camión de gran tonelaje, aunque fuera a la misma velocidad, el efecto sería devastador y probablemente la farola quedaría destruida. Este ejemplo ilustra que cuando hablamos de fuerzas e interacciones no solo importa la velocidad de los objetos, sino también su masa.

Definición

Para tener en cuenta simultáneamente la masa y la velocidad de un objeto, se define una magnitud llamada **momento lineal** o **cantidad de movimiento**. El momento lineal de un cuerpo es el producto de su masa por su velocidad:

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v} \quad (4)$$

Es una magnitud vectorial cuyo sentido y dirección son los del vector velocidad. En el Sistema Internacional se mide en kg · m/s.

El momento lineal representa una medida de la dificultad para detener un cuerpo. Un coche en movimiento será tanto más difícil de parar cuanto mayor velocidad lleve, pero también será más difícil de parar cuanto mayor sea su masa. El momento lineal combina ambos factores en una única magnitud.

Relación con la fuerza

El efecto de una fuerza resultante consiste precisamente en variar la cantidad de movimiento de un cuerpo, puesto que al existir una aceleración se produce una variación en la velocidad y consecuentemente en su momento lineal. Esta relación se puede demostrar partiendo de la segunda ley de Newton.

La segunda ley nos dice que cuando una fuerza $\vec{F}$ actúa sobre un cuerpo de masa m , que supondremos constante, el cuerpo adquiere una aceleración $\vec{a}$ según $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$. A su vez, la aceleración describe la variación de la velocidad $\vec{v}$ con respecto al tiempo según $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$. Poniendo estas dos expresiones juntas obtenemos:

$$\vec{F} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} \quad (5)$$

Si la masa es constante, podemos escribir esto como $\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$, es decir:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad (6)$$

Esta es una expresión alternativa de la segunda ley de Newton que nos dice que la resultante de fuerzas que se aplican sobre un cuerpo se emplea en variar su momento lineal.

Si queremos determinar la fuerza media durante un intervalo de tiempo, tendremos en cuenta el momento inicial y final y el intervalo de tiempo en el que se produce esta variación:

$$\vec{F}_{\text{media}} = \frac{\vec{p}_{\text{final}} - \vec{p}_{\text{inicial}}}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \quad (7)$$

IMPULSO MECÁNICO

Concepto intuitivo

Cuando empujamos una caja con una determinada fuerza durante un cierto tiempo, la caja aumenta su velocidad. Si la misma caja la empujamos el doble de tiempo con la misma fuerza, está claro que la velocidad final de la caja ahora es mayor. Por tanto, el efecto de la fuerza no solo depende del valor de esta sino también del tiempo durante el que actúa esa fuerza.

Definición matemática

Supongamos que una fuerza $\vec{F}$ está actuando sobre un cuerpo durante un tiempo infinitesimal dt . El impulso infinitesimal $d\vec{I}$ sobre el objeto se define como:

$$d\vec{I} = \vec{F} \cdot dt \quad (8)$$

Si la fuerza está actuando entre los instantes t_1 y t_2 , el impulso total que recibe el cuerpo es la suma de todos los impulsos infinitesimales, es decir, la integral:

$$\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt \quad (9)$$

En resumen, llamamos **impulso de una fuerza** al producto de la fuerza por el tiempo durante el cual esta actúa. El impulso mecánico es una magnitud vectorial que tiene la misma dirección y sentido que la fuerza, puesto que el tiempo es una magnitud escalar positiva. En el Sistema Internacional se mide en $N \cdot s$, aunque también puede expresarse como $kg \cdot m/s$, que son unidades equivalentes.

Caso de fuerza constante

En el caso particular de que la fuerza sea constante, o si consideramos la fuerza media, el cálculo del impulso se simplifica enormemente. En este caso, el impulso es simplemente:

$$\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t \quad (10)$$

donde Δt es el intervalo de tiempo durante el cual la fuerza está actuando. Es decir, si la fuerza es constante, el impulso es igual al producto de la fuerza por el intervalo de tiempo.

Teorema del impulso

Si golpeamos una pelota con una fuerza determinada durante un cierto tiempo, la pelota sufre un impulso. Tras ser golpeada, la pelota cambia su dirección y la magnitud de su velocidad dependiendo del sentido de la fuerza, de su módulo y del tiempo que dura su aplicación. Al cambiar por tanto su velocidad, varía su cantidad de movimiento o momento lineal.

El teorema del impulso establece una relación fundamental: *el impulso de la fuerza resultante que actúa sobre un cuerpo es igual a la variación de la cantidad de movimiento de dicho cuerpo*. Matemáticamente:

$$\vec{I} = \Delta \vec{p} \quad (11)$$

La demostración es directa. Hemos visto que las fuerzas hacen variar el momento lineal según $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$, o equivalentemente $\vec{F} \cdot dt = d\vec{p}$. Por otro lado, hemos definido el impulso como $\vec{I} = \int \vec{F} dt$. Relacionando estas dos expresiones, obtenemos:

$$\vec{I} = \int d\vec{p} = \Delta \vec{p} \quad (12)$$

quedando así demostrado el teorema.

Esta expresión es válida tanto si la fuerza que produce el impulso es constante como si no lo es. El teorema del impulso es fundamental para entender colisiones y choques, donde fuerzas muy grandes actúan durante tiempos muy cortos produciendo cambios importantes en la velocidad de los objetos.

TERCERA LEY DE NEWTON O PRINCIPIO DE ACCIÓN Y REACCIÓN

Enunciado

La tercera ley de Newton establece que si un cuerpo ejerce una fuerza sobre otro cuerpo, este, a su vez, ejerce sobre el primero una fuerza con el mismo módulo y dirección, pero de sentido contrario. Esta ley se expresa matemáticamente como:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \quad (13)$$

donde $\vec{F}_{12}$ es la fuerza que el cuerpo 1 ejerce sobre el cuerpo 2, y $\vec{F}_{21}$ es la fuerza que el cuerpo 2 ejerce sobre el cuerpo 1.

Ejemplos y aplicaciones

Un ejemplo clásico es la fuerza de atracción gravitatoria entre la Tierra y la Luna. La Tierra ejerce una fuerza sobre la Luna que la mantiene en su órbita, pero la Luna también ejerce sobre la Tierra una fuerza exactamente igual en módulo pero de sentido contrario. Es esta fuerza de la Luna la que causa las mareas en los océanos terrestres.

Otro ejemplo cotidiano es el de una saltadora que se impulsa hacia arriba desde un trampolín. La saltadora ejerce una fuerza sobre el trampolín al empujar con sus piernas, y como reacción, el trampolín ejerce sobre ella una fuerza igual pero hacia arriba que la impulsa en el salto. Sin esta fuerza de reacción del trampolín, la saltadora no podría elevarse.

Características fundamentales

Las fuerzas de acción y reacción tienen características muy específicas que es importante comprender:

- **Son simultáneas:** no actúan una primero y otra después, sino que aparecen y desaparecen simultáneamente.
- **Están aplicadas en distintos cuerpos:** este es un punto crucial que a menudo se malinterpreta. La saltadora ejerce una fuerza sobre el trampolín y la reacción es que el trampolín la ejerce sobre la saltadora. Actúan sobre cuerpos diferentes, por lo que nunca se anulan entre sí.

Por tanto, toda acción tiene una reacción. Es imposible ejercer una fuerza sobre algo sin recibir una fuerza de reacción. Esto tiene implicaciones profundas: cuando caminamos, empujamos el suelo hacia atrás y el suelo nos empuja hacia delante; cuando nadamos, empujamos el agua hacia atrás y el agua nos empuja hacia delante; cuando un cohete expulsa gases hacia abajo, los gases empujan el cohete hacia arriba.

CONSERVACIÓN DEL MOMENTO LINEAL

Teorema de conservación

Dado que las fuerzas hacen variar el momento lineal de los cuerpos, en el caso de que no haya fuerzas actuando sobre un cuerpo o sistema físico, o que su resultante sea cero, el momento lineal del sistema se mantendrá constante. Este es el **teorema de conservación del momento lineal**: *cuando no actúa ninguna fuerza externa sobre un cuerpo o sistema físico, o su resultante es cero, el momento lineal del sistema se mantiene constante.*

La demostración es inmediata a partir de la relación entre fuerza y momento lineal. Si $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ y la fuerza resultante es cero, entonces $\frac{d\vec{p}}{dt} = 0$, lo que implica que:

$$\vec{p} = \text{constante} \quad (14)$$

Aplicación a sistemas de varios cuerpos

Si el sistema está formado por varios cuerpos, la conservación del momento lineal implica que la suma de todos los momentos lineales iniciales es igual a la suma de todos los momentos lineales finales. Matemáticamente:

$$\vec{p}_{1,\text{inicial}} + \vec{p}_{2,\text{inicial}} + \dots = \vec{p}_{1,\text{final}} + \vec{p}_{2,\text{final}} + \dots \quad (15)$$

o de forma más compacta:

$$\sum \vec{p}_{\text{inicial}} = \sum \vec{p}_{\text{final}} \quad (16)$$

Ejemplos prácticos

La conservación del momento lineal se pone de manifiesto claramente en el juego del billar. Cuando golpeamos una bola con el taco, esta comienza a moverse con una velocidad determinada y por tanto con un momento lineal específico. Cuando esta bola choca con una segunda bola que está en reposo, esta última comienza a moverse y la primera cambia su velocidad. La primera bola cedió parte de su cantidad de movimiento a la segunda, pero la suma total del momento lineal de ambas bolas se conserva, siempre que despreciemos el rozamiento con la mesa.

Este principio tiene aplicaciones en muchos fenómenos físicos: explosiones, donde un cuerpo inicialmente en reposo se divide en fragmentos que salen en distintas direcciones; descomposición de partículas subatómicas, donde una partícula se transforma en otras; y especialmente en choques y colisiones, tanto elásticos como inelásticos. En todos estos casos, aunque las velocidades individuales de los objetos cambien drásticamente, el momento lineal total del sistema permanece constante.

APLICACIÓN DE LAS LEYES DE NEWTON

Fuerzas comunes en problemas de dinámica

Para aplicar las leyes de Newton a la resolución de problemas de dinámica debemos identificar correctamente qué fuerzas actúan sobre un cuerpo y representarlas en un esquema claro. Existen varias fuerzas que aparecen frecuentemente en los problemas y que debemos conocer bien.

El **peso** de un cuerpo, representado como $\vec{P}$, es la fuerza con que la Tierra u otro cuerpo celeste atrae a dicho cuerpo. Depende de la masa del cuerpo y de la intensidad del campo gravitatorio según $P = m \cdot g$. Aunque el peso de un cuerpo es variable puesto que el campo gravitatorio no es igual en todos los puntos, en la superficie de la Tierra supondremos g constante e igual a $9,8 \text{ m/s}^2$.

La **normal**, representada como $\vec{N}$, es la fuerza que ejercen las superficies sobre los objetos colocados en ellas. Siempre es perpendicular a la superficie de apoyo y surge como reacción de la superficie a la fuerza que se ejerce sobre ella. Es importante entender que la normal no siempre es igual al peso del objeto, sino que depende de las circunstancias del problema.

Se llama **tensión**, $\vec{T}$, a la fuerza que se ejerce a través de cuerdas, cables o hilos. La tensión actúa a lo largo de la cuerda y tira de los objetos conectados a ella. En el caso de cuerdas ideales sin masa e inextensibles, la tensión es la misma en todos los puntos de la cuerda.

La **fuerza de rozamiento**, representada como $\vec{F}_{\text{roz}}$, surge del contacto entre un cuerpo y la superficie sobre la que se desplaza, o del movimiento a través de un fluido como el aire o el agua. Siempre es contraria al movimiento o a la tendencia al movimiento. Su magnitud depende de la naturaleza de las superficies en contacto y de la fuerza normal según:

$$F_{\text{roz}} = \mu \cdot N \quad (17)$$

donde μ es el coeficiente de rozamiento.

Fuerza elástica

La ley de Hooke nos describe el comportamiento de muelles y resortes. Esta ley establece que la fuerza elástica o recuperadora que ejerce un muelle para volver a su posición de equilibrio es directamente proporcional a la elongación del muelle y de sentido opuesto al desplazamiento que se produce. La fuerza está siempre dirigida hacia el punto de equilibrio del muelle.

Matemáticamente, la ley de Hooke se expresa como:

$$\vec{F} = -k \cdot \vec{x} \quad (18)$$

donde $\vec{F}$ es la fuerza recuperadora del muelle, k es la constante elástica del muelle medida en N/m, y $\vec{x}$ es el desplazamiento desde la posición de equilibrio. El signo negativo indica que la fuerza siempre se opone al desplazamiento, tratando de devolver el muelle a su longitud natural.

Si colgamos una masa de un muelle, este se alargará y quedará en equilibrio a una cierta distancia de su posición inicial. En el equilibrio, la fuerza recuperadora del muelle es igual al peso de la masa colgada, por lo que:

$$k \cdot x = m \cdot g \quad (19)$$

Esta relación nos permite determinar experimentalmente la constante elástica del muelle midiendo simplemente la masa y la elongación que esta provoca.

ROZAMIENTO Y MOVIMIENTO SOBRE PLANOS

Naturaleza del rozamiento

Experimentalmente observamos que si hacemos deslizar un objeto por el suelo, al cabo de un tiempo se detiene. Esto es debido a que existe una fuerza que se opone al movimiento. La fuerza de rozamiento es la que aparece en la superficie de contacto entre los cuerpos, oponiéndose al movimiento o a la tendencia al movimiento de estos.

Características del rozamiento por deslizamiento

La fuerza de rozamiento tiene varias características importantes:

- Es paralela a la superficie deslizante, actuando en dirección opuesta al movimiento o a la tendencia de movimiento.
- Es proporcional a la fuerza normal según $F_{\text{roz}} = \mu \cdot N$, donde μ es el coeficiente de rozamiento que depende de la naturaleza de las superficies en contacto.
- Es independiente de la velocidad de deslizamiento, lo que simplifica mucho su tratamiento matemático.
- Depende de la naturaleza de las superficies de contacto: superficies más rugosas producen mayor rozamiento.

Rozamiento estático y cinético

En el rozamiento por deslizamiento distinguimos dos tipos diferentes:

El rozamiento cinético aparece cuando los cuerpos están en movimiento relativo. El coeficiente de rozamiento cinético, μ_c , es un factor de proporcionalidad que multiplicado por la normal nos da el valor de la fuerza de rozamiento cuando hay movimiento:

$$F_{\text{roz cinético}} = \mu_c \cdot N \quad (20)$$

El rozamiento estático, por otro lado, aparece cuando los cuerpos están en reposo relativo pero existe una tendencia al movimiento. El coeficiente de rozamiento estático, μ_e , multiplicado por la normal nos da el valor de la fuerza máxima de rozamiento estático, es decir, la fuerza mínima necesaria para iniciar el movimiento:

$$F_{\text{roz estático máximo}} = \mu_e \cdot N \quad (21)$$

Un hecho experimental importante es que el coeficiente de rozamiento estático es mayor que el coeficiente de rozamiento cinético. Es decir, es más difícil poner en movimiento un objeto que está en reposo que mantener en movimiento un objeto que ya se está moviendo. Esto lo experimentamos cuando intentamos empujar un coche averiado: el esfuerzo inicial para que empiece a moverse es mayor que el necesario para mantenerlo en movimiento.

DINÁMICA DE SISTEMAS DE CUERPOS ENLAZADOS

Sistemas con cuerdas y cables

Es frecuente encontrar situaciones en las que dos o más cuerpos están unidos por cuerdas o cables, que consideramos inextensibles y de masa despreciable. Cada cuerpo unido a la cuerda o cable ejerce una determinada fuerza sobre ella, y esta reacciona con otra fuerza de igual módulo y dirección pero de sentido contrario. A la fuerza que mantiene tensa la cuerda la denominamos tensión.

Al ser una cuerda inextensible, la tensión en ambos extremos de la cuerda tiene el mismo valor en módulo. Asimismo, el módulo de la aceleración con la que se mueven ambos cuerpos es el mismo, de tal forma que ambos cuerpos se mueven solidariamente. Si uno acelera, el otro también lo hace con la misma aceleración, aunque las direcciones puedan ser diferentes según la configuración del sistema.

Método de resolución

Para estudiar sistemas de cuerpos unidos por cuerdas, hilos u otros elementos inextensibles y sin masa, seguimos un procedimiento sistemático:

1. Representamos todas las fuerzas que actúan sobre cada cuerpo del sistema mediante un diagrama de fuerzas o diagrama de cuerpo libre.
2. Escogemos un sentido positivo para el movimiento y aplicamos la ley fundamental de la dinámica a cada uno de los cuerpos del sistema por separado, obteniendo así un sistema de ecuaciones.
3. Resolvemos el sistema de ecuaciones que se obtiene para determinar las incógnitas del problema, que suelen ser la aceleración del sistema y la tensión de la cuerda.

DINÁMICA DEL MOVIMIENTO CIRCULAR

Características del movimiento circular uniforme

El movimiento circular uniforme tiene dos características fundamentales:

- El módulo de la velocidad es constante y por tanto no hay aceleración tangencial.
- Existe aceleración normal o centrípeta ya que la velocidad varía continuamente en dirección, aunque no en magnitud.

Por la segunda ley de Newton, si existe una aceleración tiene que existir una fuerza con la misma dirección y sentido que la aceleración.

La fuerza centrípeta

La **fuerza centrípeta** es la fuerza que está dirigida hacia el centro de curvatura del movimiento. Es crucial entender que no es una nueva fuerza que hay que añadir al problema, sino que es la resultante de todas las fuerzas que actúan en la dirección radial, es decir, en la dirección perpendicular a la trayectoria y dirigida hacia el centro de giro. Es la fuerza que mantiene el movimiento circular y evita que el objeto salga despedido en línea recta por la tangente.

La relación entre la fuerza centrípeta, la masa, la velocidad y el radio de curvatura viene dada por:

$$F_c = m \cdot a_c \quad (22)$$

donde la aceleración centrípeta es:

$$a_c = \frac{v^2}{r} \quad (23)$$

Por tanto:

$$F_c = m \cdot \frac{v^2}{r} \quad (24)$$

Esta expresión nos dice que cuanto mayor es la velocidad o menor es el radio de curvatura, mayor debe ser la fuerza centrípeta para mantener el movimiento circular.

Ejemplos prácticos

Cuando un coche toma una curva, la fuerza de rozamiento entre los neumáticos y la carretera actúa como fuerza centrípeta. Si la velocidad es demasiado alta o el radio de la curva es muy pequeño, la fuerza de rozamiento disponible puede no ser suficiente para proporcionar la fuerza centrípeta necesaria, y el coche derrapará saliendo de la curva.

Identificación de la fuerza centrípeta

Para identificar correctamente la fuerza centrípeta en un problema, seguimos un procedimiento sistemático:

1. Hacemos un dibujo esquemático de la situación representando todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo.
2. Dibujamos los ejes de coordenadas de manera especial: el origen se coloca en el cuerpo, el eje X tiene dirección radial apuntando hacia el centro de giro, y el eje Y es perpendicular al X .
3. Comprobamos si todas las fuerzas están sobre los ejes y, en caso contrario, hallamos las componentes de las fuerzas sobre estos ejes.
4. La fuerza centrípeta es la resultante de las fuerzas que están sobre el eje X .

INTERACCIÓN GRAVITATORIA

Ley de gravitación universal

Isaac Newton enunció una de las leyes más importantes de la física en su obra *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, publicada en 1687. En ella afirmaba que la gravedad existe en todos los cuerpos y debe ser proporcional a la cantidad de materia de cada uno de ellos.

La **ley de gravitación universal** establece que dos masas se atraen con una fuerza que es directamente proporcional al producto de ambas masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa. En forma matemática:

$$F_g = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \quad (25)$$

donde:

- F_g es la fuerza gravitatoria con que m_1 atrae a m_2
- m_1 y m_2 son las masas que se atraen
- G es la constante de gravitación universal con valor $6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$
- r es la distancia entre los centros de ambas masas

Es importante destacar que la masa m_2 también atrae a m_1 con una fuerza de igual módulo pero sentido contrario, según la tercera ley de Newton. Ambas fuerzas son opuestas: $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$, teniendo el mismo módulo, la misma dirección pero sentido contrario.

Campo gravitatorio

El concepto de campo gravitatorio es fundamental para entender la acción a distancia de la gravedad. El **campo gravitatorio** es la perturbación que crea una masa en el espacio a su alrededor. Esta perturbación modifica las propiedades del espacio de tal manera que cualquier otra masa que se coloque en ese espacio experimentará una fuerza.

El campo gravitatorio en un punto se manifiesta como una fuerza gravitatoria en el momento en que colocamos una masa en dicho punto. Es decir, el campo existe independientemente de que haya o no una masa para experimentar la fuerza. La masa que crea el campo modifica el espacio circundante, y esta modificación es lo que llamamos campo gravitatorio.

Intensidad de campo gravitatorio

Para cuantificar el campo gravitatorio se utiliza una magnitud vectorial llamada **intensidad de campo gravitatorio**, representada como $\vec{g}$. Esta magnitud nos dice cuán intenso es el campo en cada punto del espacio.

Para calcular la intensidad del campo gravitatorio creado por una masa M en un punto P , primero colocamos en P una masa de prueba m y calculamos la fuerza gravitatoria con que M atrae a m según la ley de gravitación universal. A continuación dividimos la fuerza gravitatoria entre el valor de m . El cociente, que nos da la fuerza que se ejerce sobre la unidad de masa situada en P , no depende de la masa de prueba que habíamos colocado. A este valor se le llama intensidad de campo gravitatorio:

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}_g}{m} \quad (26)$$

Las características de la intensidad del campo gravitatorio creado por una masa M en un punto P situado a una distancia r de la masa son las siguientes:

- **Punto de aplicación:** el punto P donde estamos calculando el campo.
- **Módulo:** recurriendo a la ley de gravitación universal, es:

$$g = G \cdot \frac{M}{r^2} \quad (27)$$

- **Dirección:** la de la recta que une la masa que crea el campo M y el punto P .
- **Sentido:** desde el punto P hacia la masa que crea el campo, ya que la fuerza gravitatoria es siempre atractiva.

La intensidad de campo gravitatorio se mide en newton por kilogramo (N/kg) o, equivalentemente, en unidades de aceleración (m/s²). Esta equivalencia no es casual: el campo gravitatorio en un punto es precisamente la aceleración que experimentaría una masa colocada en ese punto.

Campo gravitatorio creado por varias masas

Cuando en una región del espacio hay varias masas, cada una crea su propio campo gravitatorio. Para hallar el campo gravitatorio total en un punto debido a varias masas, recurrimos a los principios de independencia y superposición.

Primero hallamos el campo gravitatorio en el punto P debido a cada masa por separado, independientemente de la presencia de las otras masas. Cada masa crea su campo como si las demás no existieran. Después sumamos vectorialmente los campos gravitatorios debidos a todas las masas. El campo total es la suma vectorial de todos los campos individuales:

$$\vec{g}_{\text{total}} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2 + \vec{g}_3 + \dots \quad (28)$$

Relación entre campo gravitatorio y fuerza

El concepto de campo gravitatorio permite explicar la acción a distancia de la fuerza gravitatoria. Ya no necesitamos imaginar que dos masas separadas se atraen misteriosamente a través del espacio vacío. En su lugar, entendemos que una masa crea un campo a su alrededor, y es este campo el que ejerce la fuerza sobre cualquier otra masa que se coloque en él.

Recurriendo a la definición de campo gravitatorio podemos calcular fácilmente la fuerza gravitatoria que siente un cuerpo de masa m situado en un punto donde hay una intensidad de campo gravitatorio $\vec{g}$. Simplemente multiplicamos la masa por el campo:

$$\vec{F}_g = m \cdot \vec{g} \quad (29)$$

Esta expresión es válida tanto para el campo creado por una sola masa como para el campo total creado por múltiples masas.

El peso de los cuerpos

El peso de un cuerpo se define como la fuerza con que la Tierra u otro objeto celestial lo atrae. De acuerdo con el razonamiento anterior, el peso se puede calcular como:

$$P = m \cdot g \quad (30)$$

donde m es la masa del cuerpo y g es la intensidad de campo gravitatorio en el punto en el que está situado el cuerpo.

Por tanto, el peso de un cuerpo está siempre dirigido hacia el centro de la Tierra y su módulo es $P = m \cdot g$. Si calculamos la intensidad de campo gravitatorio en la superficie de la Tierra usando:

$$g = G \cdot \frac{M_{\text{Tierra}}}{R_{\text{Tierra}}^2} \quad (31)$$

donde M_{Tierra} es la masa de la Tierra y R_{Tierra} es su radio, obtenemos como cabría esperar el valor $g = 9,8 \text{ m/s}^2$. Este es el valor que utilizamos habitualmente para calcular el peso de los objetos en la superficie terrestre.

Es importante entender que el peso no es una propiedad intrínseca del cuerpo, sino que depende del campo gravitatorio en el que se encuentre. Un astronauta tiene la misma masa en la Tierra y en la Luna, pero su peso en la Luna es aproximadamente seis veces menor porque el campo gravitatorio lunar es mucho más débil que el terrestre.

CAMPO ELÉCTRICO

Carga eléctrica

La **carga eléctrica** es una propiedad fundamental de la materia responsable de producir las fuerzas electrostáticas. Es una de las propiedades más importantes de las partículas subatómicas y determina cómo interactúan electromagnéticamente.

La carga eléctrica de un cuerpo puede ser negativa, positiva o neutra. Los electrones tienen carga negativa, los protones tienen carga positiva, y los neutrones no tienen carga. Un cuerpo es neutro cuando tiene el mismo número de cargas positivas y negativas. La fuerza eléctrica entre cargas del mismo signo es de repulsión, mientras que entre cargas de distinto signo es de atracción. Los cuerpos que no tienen carga no se ven afectados por la fuerza eléctrica.

La carga eléctrica se mide en culombios (C) en el Sistema Internacional, aunque es muy habitual usar submúltiplos como el miliculombio (mC), el microculombio (μC) o el nanoculombio (nC), ya que el culombio es una unidad muy grande para las cargas típicas que manejamos en el laboratorio.

Ley de Coulomb

La ley de Coulomb es para la interacción eléctrica lo que la ley de gravitación universal es para la interacción gravitatoria. Establece que la fuerza de atracción o repulsión entre dos cargas puntuales es directamente proporcional al producto de las cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa.

Matemáticamente se expresa como:

$$F_e = K \cdot \frac{|q_1 \cdot q_2|}{r^2} \quad (32)$$

donde:

- F_e es la fuerza eléctrica

- q_1 y q_2 son las cargas
- r es la distancia entre ellas
- K es la constante de proporcionalidad que depende del medio en el que estén las cargas. Si se trata del vacío o del aire, su valor es $K = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$

La similitud matemática entre la ley de Coulomb y la ley de gravitación universal es notable. Sin embargo, hay diferencias importantes: la fuerza eléctrica puede ser atractiva o repulsiva según el signo de las cargas, mientras que la fuerza gravitatoria es siempre atractiva. Además, la fuerza eléctrica es muchísimo más intensa que la gravitatoria para masas y cargas típicas.

Intensidad de campo eléctrico

El **campo eléctrico** es la perturbación que crea una carga en el espacio a su alrededor, de manera análoga al campo gravitatorio. Para describirlo asignamos a cada punto del espacio el valor de una magnitud llamada **intensidad de campo eléctrico**, $\vec{E}$.

La intensidad de campo eléctrico en un punto se define como la fuerza que actuaría sobre la unidad de carga positiva situada en dicho punto. Para calcular la intensidad de campo eléctrico creado por una carga puntual Q en un punto P situado a una distancia r de ella, seguimos un procedimiento similar al usado para el campo gravitatorio.

Situamos una carga de prueba q en el punto P . Calculamos la fuerza con que Q atrae o repele a q usando la ley de Coulomb. Dividimos el valor de esta fuerza entre q . El resultado es la intensidad de campo eléctrico en P :

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q} \quad (33)$$

Siguiendo estos pasos llegamos a que la intensidad de campo eléctrico creado por una carga puntual Q en un punto P situado a una distancia r es un vector con las siguientes características:

- **Punto de aplicación:** el punto P .
- **Módulo:**

$$E = K \cdot \frac{|Q|}{r^2} \quad (34)$$

- **Dirección:** la de la recta que une la carga que crea el campo Q y el punto P .
- **Sentido:** el mismo que el de la fuerza que ejercería Q sobre una carga de prueba positiva situada en P : si Q es positiva, el campo apunta alejándose de Q ; si Q es negativa, el campo apunta hacia Q .

Dado que la intensidad de campo eléctrico se define como una fuerza por unidad de carga, sus unidades son newton por culombio (N/C).

Campo eléctrico creado por varias cargas

De manera análoga a lo realizado para el campo gravitatorio, el campo eléctrico creado por varias cargas en un punto se calcula como la suma vectorial del campo eléctrico creado por cada una de ellas en el punto. Aplicamos los principios de independencia y superposición: calculamos el campo debido a cada carga por separado y luego sumamos vectorialmente todos estos campos.

El campo total es:

$$\vec{E}_{\text{total}} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots \quad (35)$$

donde cada $\vec{E}_i$ es el campo creado por la carga i -ésima. Esta suma vectorial puede resultar en configuraciones de campo muy complejas e interesantes, especialmente cuando hay muchas cargas o cuando las cargas están distribuidas de manera simétrica.

Relación entre campo eléctrico y fuerza eléctrica

Recurriendo a la definición de campo eléctrico podemos calcular fácilmente la fuerza eléctrica que siente una carga q situada en un punto donde hay una intensidad de campo eléctrico $\vec{E}$. La relación es:

$$\vec{F}_e = q \cdot \vec{E} \quad (36)$$

Esta expresión es fundamental porque nos permite calcular la fuerza sobre una carga conociendo simplemente el campo eléctrico en ese punto, sin necesidad de conocer qué cargas están creando ese campo. El concepto de campo eléctrico, al igual que el de campo gravitatorio, nos libera de tener que considerar las acciones a distancia entre cargas y nos permite pensar en términos de campos que llenan el espacio.

SÓLIDO RÍGIDO

Momento de una fuerza

Hasta ahora hemos considerado que los cuerpos eran masas puntuales sin dimensiones. Sin embargo, en la realidad los cuerpos son extensos y las fuerzas pueden producir no solo movimientos de traslación sino también rotaciones. Para estudiar las rotaciones necesitamos el concepto de momento de una fuerza.

El **momento** $\vec{M}$, también llamado **torque**, de una fuerza $\vec{F}$ con respecto a un punto O se define como el producto vectorial de $\vec{r}$ por $\vec{F}$, donde $\vec{r}$ es el vector que va desde el punto O hasta el punto de aplicación de $\vec{F}$. Matemáticamente:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} \quad (37)$$

Como consecuencia de esta definición mediante producto vectorial, el momento de la fuerza $\vec{F}$ con respecto al punto O es un vector con características específicas:

- **Módulo:** $M = r \cdot F \cdot \sin \theta$, donde θ es el ángulo entre $\vec{r}$ y $\vec{F}$.
- **Dirección:** perpendicular al plano formado por $\vec{r}$ y $\vec{F}$.
- **Sentido:** viene determinado por la regla de la mano derecha o por el avance de un sacacorchos que gire de $\vec{r}$ hacia $\vec{F}$ por el camino más corto.

El momento de una fuerza mide la tendencia de dicha fuerza a causar una rotación alrededor de un eje que pasa por O . A la distancia r entre el punto de aplicación de la fuerza y el punto con respecto al cual se calcula el momento se le suele llamar **brazo de la fuerza**. Cuanto mayor es el brazo, mayor es el momento para una misma fuerza, lo que explica por qué es más fácil abrir una puerta empujando lejos de las bisagras que cerca de ellas.

Signo del momento

Cuando hay varias fuerzas actuando sobre un cuerpo, en muchas ocasiones nos encontraremos con que todos los momentos producidos por estas fuerzas tienen la misma dirección perpendicular a un plano. En este caso es muy habitual usar un criterio de signos simplificado en lugar de trabajar con vectores completos.

- El momento es **positivo** si produce un giro en sentido contrario a las agujas del reloj.
- El momento es **negativo** si produce un giro en el sentido de las agujas del reloj.

Este convenio simplifica enormemente los cálculos en problemas bidimensionales y es ampliamente utilizado en ingeniería.

Si sobre un cuerpo hay varias fuerzas actuando, el momento total es la suma de los momentos de cada una de las fuerzas:

$$\vec{M}_{\text{total}} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \vec{M}_3 + \dots \quad (38)$$

o de forma más explícita:

$$\vec{M}_{\text{total}} = \vec{r}_1 \times \vec{F}_1 + \vec{r}_2 \times \vec{F}_2 + \vec{r}_3 \times \vec{F}_3 + \dots \quad (39)$$

Par de fuerzas

Un **par de fuerzas** es un sistema especial de dos fuerzas con características muy específicas:

- Tienen el mismo módulo
- Son paralelas
- No están aplicadas sobre la misma recta (es decir, no son colineales)
- Tienen sentido contrario

La resultante de dos fuerzas de la misma intensidad y sentido contrario es nula. En consecuencia, un par de fuerzas no produce un movimiento de traslación sobre el cuerpo en el que está actuando. Sin embargo, aunque la fuerza resultante sea cero, sí se produce un giro. Es decir, el efecto de un par de fuerzas sobre un cuerpo es producir una rotación pura sin traslación.

El momento resultante de un par de fuerzas tiene un valor:

$$M = d \cdot F \quad (40)$$

donde F es el módulo de cada una de las fuerzas y d es la distancia entre los puntos de aplicación de ambas fuerzas. Este momento es independiente del punto respecto al cual se calcule, lo cual es una propiedad única de los pares de fuerzas.

Centro de masas y centro de gravedad

Para simplificar el estudio de la cinemática y la dinámica, hasta ahora habíamos supuesto que los cuerpos eran masas puntuales, es decir, considerábamos que no tenían tamaño y que toda su masa estaba concentrada en un punto. Pero en la realidad los cuerpos no son así: normalmente sus dimensiones no son despreciables.

Sin embargo, cuando tenemos un cuerpo extenso podemos estudiar su movimiento de traslación fijándonos únicamente en un punto especial del cuerpo, que es el que llamamos **centro de masas**. Este punto caracteriza el movimiento de traslación del cuerpo, por lo que podemos estudiar su velocidad, aceleración, momento lineal y otros aspectos del movimiento analizando únicamente el centro de masas del cuerpo. El centro de masas se mueve como si toda la masa del cuerpo estuviera concentrada en él y todas las fuerzas externas se aplicaran en él.

Encontrar dónde está el centro de masas de un cuerpo no siempre es fácil, ya que depende de la forma del cuerpo y de cómo está distribuida su masa. Pero si el cuerpo es simétrico y la masa está homogéneamente distribuida, su centro de masas está en el centro de simetría. Por ejemplo, el centro de masas de una esfera maciza homogénea está situado en el centro geométrico de la esfera.

Por otro lado, un cuerpo extenso se puede considerar compuesto por la unión de muchas partículas o elementos de masa. Cada una de estas partículas que componen el cuerpo tiene su propio peso. Pues bien, si hallamos la suma vectorial de todos los pesos que componen el cuerpo, el punto donde está aplicado el peso resultante es el **centro de gravedad** del cuerpo. La importancia del centro de gravedad radica en que se comporta como si todo el peso del cuerpo se encontrara concentrado en él.

Conceptualmente, el centro de masas y el centro de gravedad son diferentes. El centro de masas es una propiedad geométrica relacionada con la distribución de masa, mientras que el centro de gravedad está relacionado con la distribución de peso. Sin embargo, a efectos prácticos, el centro de gravedad de un cuerpo está localizado en su centro de masas, siempre que el campo gravitatorio sea uniforme en toda la extensión del cuerpo. Para que esta afirmación no fuese cierta el cuerpo debería estar en un campo gravitatorio que variase significativamente de un punto a otro del cuerpo, lo cual no ocurre para objetos de tamaño normal en la superficie terrestre.

Equilibrio del sólido rígido

Hasta ahora, para que un cuerpo estuviese en equilibrio solo considerábamos el equilibrio de traslación. Por ello, la condición que aplicábamos era que la resultante de las fuerzas que actuaban sobre él fuese cero. Pero acabamos de ver que, si consideramos que el cuerpo no es una masa puntual sino que tiene extensión, las fuerzas también pueden producir un giro. Por tanto, si queremos que el cuerpo no gire no puede haber momento resultante.

En consecuencia debemos ampliar la condición de equilibrio de la siguiente manera:

Para el equilibrio de traslación, la suma de todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo debe ser cero:

$$\sum \vec{F} = 0 \quad (41)$$

Esta condición garantiza que el centro de masas del cuerpo no tenga aceleración de traslación.

Para el equilibrio de rotación, la suma de todos los momentos de las fuerzas respecto a cualquier punto del cuerpo debe ser cero:

$$\sum \vec{M} = 0 \quad (42)$$

Esta condición garantiza que el cuerpo no tenga aceleración angular.

Para aplicar la segunda condición podemos considerar cualquier punto del cuerpo para calcular los momentos. Elegiremos el punto que más nos convenga para simplificar los cálculos, típicamente un punto donde actúen varias fuerzas o un punto de apoyo, ya que las fuerzas aplicadas en ese punto tendrán momento nulo respecto a él.

RESUMEN DE CONCEPTOS Y ECUACIONES FUNDAMENTALES

Leyes de Newton

Las tres leyes de Newton constituyen la base de la mecánica clásica:

1. **Primera Ley (Inercia):** Un cuerpo permanece en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme si la fuerza resultante es nula.
2. **Segunda Ley (Ley Fundamental):** La aceleración de un cuerpo es directamente proporcional a la fuerza resultante aplicada:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \quad (43)$$

3. **Tercera Ley (Acción y Reacción):** Toda acción tiene una reacción igual y opuesta actuando sobre cuerpos diferentes.

Momento lineal e impulso

El **momento lineal** de un cuerpo mide la dificultad para detenerlo:

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v} \quad (44)$$

El **impulso** de una fuerza constante es:

$$\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t \quad (45)$$

El **teorema del impulso** relaciona ambas magnitudes:

$$\vec{I} = \Delta \vec{p} \quad (46)$$

Conservación: Cuando no actúan fuerzas externas sobre un sistema, su momento lineal total se conserva.

Interacción gravitatoria

El **campo gravitatorio** creado por una masa M a distancia r tiene intensidad:

$$g = G \cdot \frac{M}{r^2} \quad (47)$$

dirigida hacia la masa. La constante de gravitación universal es $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$.

La **fuerza gravitatoria** sobre una masa m es:

$$\vec{F}_g = m \cdot \vec{g} \quad (48)$$

El **peso** en la superficie terrestre es:

$$P = m \cdot g \quad \text{con} \quad g = 9,8 \text{ m/s}^2 \quad (49)$$

Campo eléctrico

El **campo eléctrico** creado por una carga Q a distancia r tiene intensidad:

$$E = K \cdot \frac{|Q|}{r^2} \quad (50)$$

La constante eléctrica en el vacío es $K = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$.

La **fuerza eléctrica** sobre una carga q es:

$$\vec{F}_e = q \cdot \vec{E} \quad (51)$$

La **ley de Coulomb** para la fuerza entre dos cargas es:

$$F_e = K \cdot \frac{|q_1 \cdot q_2|}{r^2} \quad (52)$$

Sólido rígido

El **momento de una fuerza** respecto a un punto es:

$$M = r \cdot F \cdot \sin \theta \quad (53)$$

donde r es el brazo de la fuerza y θ el ángulo entre $\vec{r}$ y $\vec{F}$.

Condiciones de equilibrio:

- Para evitar traslación:

$$\sum \vec{F} = 0 \quad (54)$$

- Para evitar rotación:

$$\sum \vec{M} = 0 \quad (55)$$

El **centro de masas** es el punto donde podemos considerar concentrada toda la masa para estudiar el movimiento de traslación. En campos gravitatorios uniformes, coincide con el **centro de gravedad**, que es el punto de aplicación del peso resultante del cuerpo.