



Boletín de Estadística

2.º Bachillerato

Bloque I: Repaso de distribuciones y manejo de tablas (Nivel básico)

Estos ejercicios sirven para asentar la base: leer la tabla de la Normal $N(0, 1)$ y tipificar.

1. Dada una distribución normal $Z \sim N(0, 1)$, calcula las siguientes probabilidades: $P(Z < 1,25)$, $P(Z > 0,84)$ y $P(-1,5 < Z < 1,5)$.
2. En una distribución $N(0, 1)$, halla el valor de k en cada caso: $P(Z < k) = 0,8944$ y $P(Z > k) = 0,025$.
3. Calcula el valor crítico $z_{\alpha/2}$ correspondiente a los niveles de confianza del 90 %, 95 % y 99 %.
4. El peso de los paquetes de harina de una fábrica sigue una distribución normal de media 1000 g y desviación típica 20 g. ¿Cuál es la probabilidad de que un paquete elegido al azar pese más de 1030 g?
5. En la misma fábrica del ejercicio anterior, ¿cuál es la probabilidad de que el peso de un paquete se encuentre entre 980 g y 1020 g?

Bloque II: Distribuciones muestrales (Nivel medio-bajo)

Aplicación del Teorema del Límite Central y distribución de las medias y proporciones muestrales.

6. Una población tiene una media de $\mu = 50$ y una desviación típica de $\sigma = 10$. Si extraemos muestras de tamaño $n = 36$, ¿cuál es la distribución de la media muestral $\bar{X}$?
7. Las notas de un examen de inglés siguen una distribución normal de media 6.5 y desviación típica 1.2. Si tomamos una muestra de 16 alumnos, ¿cuál es la probabilidad de que la nota media de la muestra sea superior a 7?
8. Se sabe que el 20 % de los estudiantes de una universidad usan gafas. Si tomamos una muestra aleatoria de 100 estudiantes, ¿cuál es la distribución de la proporción muestral $\hat{P}$?
9. Con los datos del ejercicio anterior, calcula la probabilidad de que en la muestra haya más de un 25 % de estudiantes con gafas.
10. La duración de unas bombillas no sigue una distribución normal, pero tiene una media de 800 horas y desviación típica de 40 horas. Si compramos un lote de 64 bombillas, ¿cuál es la probabilidad de que su duración media sea inferior a 790 horas? (Pista: Teorema del Límite Central).

Bloque III: Intervalos de confianza para la media (Nivel medio)

Estimación de la media poblacional a partir de una muestra.

11. Se ha tomado una muestra de 49 personas para estimar su nivel de colesterol. La media de la muestra es de 190 mg/dl. Sabiendo que la desviación típica poblacional es $\sigma = 14$ mg/dl, construye un intervalo de confianza al 95 % para la media poblacional.
12. El tiempo de reacción ante un estímulo sigue una distribución normal con $\sigma = 0,3$ segundos. En una muestra de 25 individuos, el tiempo medio de reacción fue de 1.2 segundos. Halla el intervalo de confianza al 99 % para el tiempo medio de reacción.
13. Un intervalo de confianza para la media poblacional al 90 % viene dado por $(24,5, 29,5)$. ¿Cuál fue la media muestral $\bar{x}$ y cuál es el error máximo admisible E ?



14. Queremos estimar el gasto medio mensual en ocio de los jóvenes. Tomamos una muestra de 100 jóvenes y obtenemos una media de 50 euros. Sabiendo que $\sigma = 15$ euros, calcula el intervalo de confianza al 97 %.
15. Compara los intervalos obtenidos para una misma muestra de media $\bar{x} = 100$, $\sigma = 10$ y $n = 36$ a los niveles de confianza del 90 % y del 99 %. ¿Qué ocurre con la amplitud del intervalo al aumentar la confianza?

Bloque IV: Intervalos de confianza para la proporción (Nivel medio-alto)

Estimación de porcentajes o proporciones poblacionales.

16. En una encuesta a 400 votantes, 180 declararon que votarían al partido A. Construye un intervalo de confianza al 95 % para la proporción de votantes del partido A en la población total.
17. Se quiere estimar la proporción de piezas defectuosas que fabrica una máquina. Se toma una muestra de 500 piezas y se encuentran 20 defectuosas. Halla el intervalo de confianza al 99 % para la proporción de piezas defectuosas.
18. Un estudio afirma que el intervalo de confianza al 95 % para la proporción de personas que leen a diario es $(0,35, 0,45)$. ¿Cuál es la proporción muestral $\hat{p}$ obtenida y el error de estimación?
19. En un ensayo clínico con 200 pacientes, un nuevo fármaco fue efectivo en 150 de ellos. Determina el intervalo de confianza al 90 % para la tasa de efectividad del fármaco.
20. Calcula la amplitud del intervalo del ejercicio 19 y explica cómo cambiaría dicha amplitud si la muestra hubiera sido de 800 pacientes en lugar de 200, manteniendo la misma proporción muestral.

Bloque V: Cálculo del tamaño muestral y nivel de confianza (Nivel alto)

Despejar la n o el nivel de confianza $1 - \alpha$ a partir de la fórmula del error.

21. Se sabe que la desviación típica del peso de los recién nacidos es $\sigma = 0,4$ kg. ¿Qué tamaño muestral mínimo se necesita para estimar el peso medio poblacional con un error máximo de 0.1 kg y un nivel de confianza del 95 %?
22. Queremos estimar la proporción de hogares con mascota. En estudios anteriores se vio que esta proporción era cercana al 30 % ($\hat{p} = 0,3$). ¿A cuántos hogares hay que encuestar para que el error de estimación no supere el 4 % con una confianza del 95 %?
23. Queremos realizar la misma estimación del ejercicio 22, pero **no** disponemos de estudios previos (asume el caso más desfavorable, $\hat{p} = 0,5$). ¿Cuál será ahora el tamaño muestral mínimo necesario?
24. Se ha estimado la media de una población con un nivel de confianza del 99 % y una muestra de tamaño $n = 50$, obteniendo un error E . Si queremos reducir ese error a la mitad manteniendo la confianza, ¿cuál debe ser el nuevo tamaño de la muestra?
25. Se ha calculado un intervalo de confianza para la media $(112,5, 117,5)$ a partir de una muestra de 64 elementos, sabiendo que la desviación típica poblacional es $\sigma = 10$. ¿Qué nivel de confianza se ha utilizado para construir este intervalo?

Bloque VI: Problemas tipo EvAU / mixtos (Nivel avanzado)

Ejercicios completos que mezclan conceptos y exigen redacción e interpretación.

26. El tiempo de espera en la caja de un supermercado sigue una distribución normal con desviación típica de 3 minutos. Se toma una muestra aleatoria de 36 clientes y se obtiene una media de 8 minutos.
 - a) Determina un intervalo de confianza al 95 % para el tiempo medio de espera.
 - b) Si se desea que el error de estimación sea inferior a 0.5 minutos con el mismo nivel de confianza, ¿cuántos clientes adicionales habría que incluir en la muestra inicial?



27. Tras realizar una encuesta a una muestra aleatoria de estudiantes, se obtuvo que el intervalo de confianza al 97 % para la proporción de estudiantes que hacen deporte es $(0,542, 0,658)$.
- ¿Cuál fue la proporción muestral obtenida?
 - ¿Cuál fue el tamaño de la muestra encuestada?
28. **Cuestión teórica:** Indica si la siguiente afirmación es verdadera o falsa, justificando matemáticamente tu respuesta: *“Si al estimar una media poblacional multiplicamos el tamaño de la muestra por 4, la longitud del intervalo de confianza se reduce a la mitad, manteniendo constante el nivel de confianza”*.
29. Para estimar la proporción de componentes electrónicos defectuosos en un gran lote, se extrae una muestra aleatoria. Se desea que el error máximo sea del 3 % con una confianza del 99 %. Suponiendo que no hay datos previos sobre la proporción de defectuosos, calcula el tamaño de la muestra. Si se supiera por el fabricante que como máximo un 5 % son defectuosos, ¿cómo afectaría esto al tamaño muestral?
30. Una máquina envasa café. La desviación típica del peso es de 4 gramos. Se extrae una muestra de 100 paquetes y se obtiene una media de 248 gramos.
- Construye el intervalo de confianza al 95 % para la media.
 - El control de calidad exige que la media poblacional no sea inferior a 250 gramos. A la vista del intervalo obtenido, ¿hay evidencias estadísticas para afirmar que la máquina está desajustada y envasa menos cantidad de la debida? Justifica tu respuesta.